

复杂结构双转子系统的建模及模型缩减

孙传宗¹, 陈予恕¹, 侯磊^{1,2}

(1. 哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001;

2. 哈尔滨工业大学 能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 建立了包含复杂结构特征的双转子三维实体有限元模型,应用 Craig-Bampton 模态综合法实现了模型维度的缩减。通过对比临界转速和固有振动特性验证了缩减模型的准确性。在此基础上计算了双转子系统的临界转速谱和特定转速比下的临界转速值。结果表明:Craig-Bampton 模态综合法成功地将双转子高维实体有限元模型缩减到仅有数十个(34个)自由度的低维模型,并保持前2阶临界转速误差和前6阶固有频率误差不超过0.43%。基于缩减单转子模型再按照边界条件耦合的分析方案有利于快速求解双转子临界转速等动力学问题。

关 键 词: 复杂结构; 双转子系统; 模态综合法; 模型缩减; 有限元; 临界转速

中图分类号: V231.96

文献标志码: A

Modeling method and reduction of dual-rotor system with complicated structures

SUN Chuanzong¹, CHEN Yushu¹, HOU Lei^{1,2}

(1. School of Astronautics,

Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. School of Energy Science and Engineering,

Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: A 3-D finite element model was established for the dual-rotor model including complicated geometries. By utilizing Craig-Bampton mode synthesis method, the model order reduction was carried out. Through comparative analyses in critical speed and eigen problems, the validity and efficiency of the reduced order model were verified. On this basis, the critical speed map and the value of critical speed under a constant ratio were calculated. Results showed that the high-dimensional solid finite model was successfully reduced to a lower one with only a few dozen degree of freedom (34 DOFs) by means of Craig-Bampton method, and the maximum error of the first two orders critical speed and the first six orders eigen value were kept less than 0.43%. Based on analysis of the framework in which the model is created by reducing the two single rotor subsystems and combining them under compatibility condition, dynamical problems such as critical speed can be easily solved.

收稿日期: 2016-03-21

基金项目: 国家自然科学基金(11602070); 国家重点基础研究发展计划(2015CB057400); 中国博士后科学基金(2016M590277)

作者简介: 孙传宗(1982—),男,博士生,主要从事航空发动机非线性转子动力学研究。

引用格式: 孙传宗,陈予恕,侯磊. 复杂结构双转子系统的建模及模型缩减[J]. 航空动力学报, 2017, 32(7): 1747-1753. SUN Chuanzong, CHEN Yushu, HOU Lei. Modeling method and reduction of dual-rotor system with complicated structures[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(7): 1747-1753.

Key words: complicated geometry; dual-rotor system; mode synthesis; reduced model; finite element method; critical speed

近年来,双转子结构广泛应用于现代涡喷、涡扇航空发动机上,如美国的 F119 和 F120,俄罗斯的 AL-41F 以及我国的 WS15 等。作为航空发动机的主体结构,双转子系统中的多频不平衡激励力和中介轴承带来的振动耦合使得系统振动问题非常复杂,国内外专家学者对此做了大量的研究工作^[1]。文献[2-4]基于拉格朗日方程/达朗伯原理推导了双转子动力学方程,研究了不平衡量,碰摩故障以及中介轴承非线性刚度等对系统振动的影响。文献[5-8]应用传递矩阵法研究了支承刚度,转速比等参数对双转子系统动力学响应的影响。文献[9-12]利用有限元方法中的梁单元建立了双转子有限元模型,论述了完全法和缩减法的计算流程,讨论了陀螺效应等问题。但是对于当前普遍采用的、具有“盘-鼓-轴”典型特征^[1]的双转子系统来说,无论是基于经典力学的低维方程还是传递矩阵法或有限元法中的梁单元,都无法建立精确的双转子动力学模型,进而不能执行准确的定量分析。而有限元方法中的实体单元建模法则具有建模精确,包含信息多等优点,逐渐被学者们采用。陈萌、高金海、张大义等^[13-15]利用大型商业有限元软件建立了航空发动机实体有限元模型,通过对比连接角刚度和盘轴耦合结构的振动响应论述了实体模型的优势和梁模型的局限性。然而采用实体有限元建模法面临的棘手问题是当模型趋于复杂时容易造成计算量过大,分析受到计算机硬件条件的限制,特别是当系统包含非线性特征时,仿真分析更加难以实现。LI, WANG, 杨喜光等^[16-18]通过引入模态综合法一定程度上解决了高维模型计算量过大的问题,但论文主要关注缩减方法的研究,采用的有限元梁模型也不适用于研究复杂结构转子系统的动力学问题。

针对包含复杂结构的实际工程问题,本文以某双转子航空发动机为研究对象,应用大型商业有限元软件 ANSYS 建立了包含“盘-鼓-轴”典型特征的双转子三维实体有限元模型。将模态综合法应用到复杂高维模型的缩减计算中,得到了精确的缩减模型。通过对比单转子系统的临界转速和双转子系统的固有振动特性检验了缩减模型的准确性。在此基础上计算了双转子系统的临界转速谱和特定转速比下的临界转速值,发挥了缩减模型的计算优势。本文采用的建模方法和分析流

程为研究包含复杂结构特征和非线性边界的多转子系统的动力学问题提供了行之有效的解决思路。

1 双转子系统模型的建立

1.1 航空发动机双转子结构模型

某型航空发动机系统采用双转子结构布局,转子部分具有典型的“盘-鼓-轴”结构特点。其中内转子为低压转子系统,采用 1-1-1 支承型式,即低压压气机前端有一组轴承支承 1,低压压气机与低压涡轮之间有一组轴承支承 2,低压涡轮后端有一组轴承支承 3;外转子为高压转子系统,采用 1-0-1 支承型式,即高压压气机前端有一组轴承支承 4,高压涡轮后端有一组轴承支承 2。轴承 2 为中介支承,连接高压和低压转子系统。图 1 为该航空发动机双转子系统的三维外观图。图 2 为双转子系统的支承布局图。

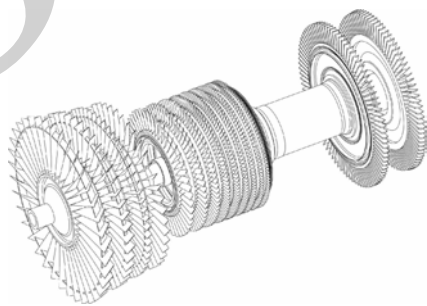


图1 双转子系统三维外观图

Fig. 1 Outline drawing of dual-rotor system

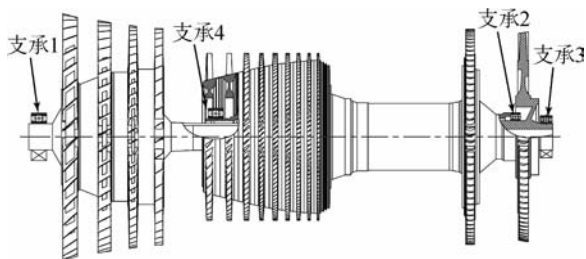


图2 双转子系统支承布局图

Fig. 2 Supporting layout of dual-rotor system

1.2 航空发动机双转子有限元模型

为准确反映双转子系统的动力学特性,要求分析模型应能尽量多地包含原系统的结构信息,

而过渡关注细节特征又会造成求解困难^[14]。综合考虑建模准确性和计算效率,确定双转子系统的有限元建模方案如下:

1) 应用 SolidWorks 软件建立双转子几何模型,应用 ANSYS 软件建立双转子有限元模型。

2) 压气机叶片以及涡轮盘叶片采用等效刚性环法^[15]建立几何模型。

3) 在保证质量及刚度分布相似于实际结构的前提下,忽略若干细小特征,如倒圆/角、小孔等。

4) 选择 8 节点 6 面单元离散并建立双转子三维实体有限元模型。

5) 支承中心点以及轮盘质心点与相应连接区域通过无质量梁连接。

6) 在 ANSYS 中采用 Combine 14 单元模拟轴承支承。

根据以上方案建立的双转子有限元模型共计 67583 个单元,98083 个节点。其中低压转子系统为 30420 个单元,52080 个节点,高压转子系统为 36360 个单元,45990 个节点。图 3 为双转子系统三维实体有限元模型图。

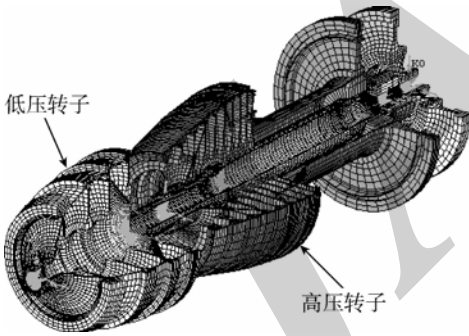


图 3 双转子系统有限元模型图

Fig. 3 Finite element model of dual-rotor system

2 双转子系统模型的缩减

这里采用 Craig-Bampton 模态综合法缩减双转子有限元模型的计算维度,该方法具有计算精度高,收敛性好,易于和其他程序衔接等特点^[19]。针对双转子系统的结构特点,将该系统划分为两个单转子系统分别考虑。一般情况下,单转子系统的动力学方程^[20]为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{C} + \omega\mathbf{G})\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (1)$$

式中 $\mathbf{M}$ 为单转子质量矩阵, $\mathbf{C}$ 为单转子阻尼矩阵, $\mathbf{K}$ 为单转子刚度矩阵, $\mathbf{G}$ 为单转子陀螺矩阵, $\mathbf{u}$ 为单转子位移矢量, $\mathbf{F}$ 为单转子外力矢量, ω 为单

转子工作转速。

考虑偏心力是引起系统振动的主要来源,为此选择轴承支承点和存在偏心质量的盘中心点作为保留主节点,其余节点作为从属节点划分系统矩阵。则在单转子系统中,以主、从节点描述的动力学方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{mm} & \mathbf{M}_{ms} \\ \mathbf{M}_{sm} & \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_m \\ \ddot{\mathbf{u}}_s \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{mm} & \mathbf{C}_{ms} \\ \mathbf{C}_{sm} & \mathbf{C}_{ss} \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{mm} & \mathbf{G}_{ms} \\ \mathbf{G}_{sm} & \mathbf{G}_{ss} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_m \\ \dot{\mathbf{u}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{K}_{ms} \\ \mathbf{K}_{sm} & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_m \\ \mathbf{u}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_m \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{M}_{mm}, \mathbf{M}_{ss}, \mathbf{C}_{mm}, \mathbf{C}_{ss}, \mathbf{G}_{mm}, \mathbf{G}_{ss}, \mathbf{K}_{mm}, \mathbf{K}_{ss}$ 分别为对应于以轴承支承点和偏心盘中心点为代表的主节点自由度和其余从属节点自由度描述的质量、阻尼、陀螺和刚度矩阵; $\mathbf{M}_{ms}, \mathbf{M}_{sm}, \mathbf{C}_{ms}, \mathbf{C}_{sm}, \mathbf{G}_{ms}, \mathbf{G}_{sm}, \mathbf{K}_{ms}, \mathbf{K}_{sm}$ 分别为主、从节点自由度耦合的质量、阻尼、陀螺和刚度矩阵; $\mathbf{u}_m, \mathbf{u}_s$ 分别为主、从节点自由度描述的位移矢量; $\mathbf{F}_m$ 为主节点自由度对应的外力矢量。

将单转子系统的运动看作为约束界面保留主模态和全部界面自由度的约束模态组成^[19],则

$$\mathbf{u}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_m & \mathbf{0} \\ -\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sm} & \boldsymbol{\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_m \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \bar{\boldsymbol{\phi}} \bar{\mathbf{q}} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{u}_s$ 为子结构位移矢量, $\mathbf{I}_m$ 为单位矩阵, $\boldsymbol{\phi}$ 为约束界面保留主模态, $\mathbf{q}$ 为保留主模态对应的模态坐标, $\bar{\boldsymbol{\phi}}$ 为假设模态矩阵, $\bar{\mathbf{q}}$ 为假设模态矩阵对应的广义模态坐标。

经过公式(3)变换得到以广义模态坐标 $\bar{\mathbf{q}}$ 描述的运动方程表示为

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\bar{\mathbf{q}}} + (\bar{\mathbf{C}} + \omega\bar{\mathbf{G}})\dot{\bar{\mathbf{q}}} + \bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{q}} = \bar{\mathbf{F}} \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}} &= \bar{\boldsymbol{\phi}}^T \mathbf{M} \bar{\boldsymbol{\phi}}, & \bar{\mathbf{C}} &= \bar{\boldsymbol{\phi}}^T \mathbf{C} \bar{\boldsymbol{\phi}} \\ \bar{\mathbf{K}} &= \bar{\boldsymbol{\phi}}^T \mathbf{K} \bar{\boldsymbol{\phi}}, & \bar{\mathbf{G}} &= \bar{\boldsymbol{\phi}}^T \mathbf{G} \bar{\boldsymbol{\phi}} \\ \bar{\mathbf{F}} &= \bar{\boldsymbol{\phi}}^T \mathbf{F} \end{aligned}$$

由公式(4)描述的单转子动力学方程极大地缩减了原模型的计算维度。高压转子模型和低压转子模型可以分别按照公式(4)化简为低维模型,则双转子系统动力学方程可以根据边界协调条件,将两个单转子模型相耦合得到。

不失一般性,本文研究低压第 4 级盘和高压第 6 级盘存在偏心质量时双转子系统的动力学特性。为此分别选取低压转子系统中的 3 组轴承支承点(支承 1、支承 2、支承 3)和低压第 4 级盘中

心点,高压转子系统中的两组轴承支承点(支承 3、支承 4)和高压第 6 级盘中心点作为保留主节点,应用 Craig-Bampton 模态综合法和 APDL 语言完成系统模型的缩减和相关矩阵的提取。鉴于缩减模型的计算精度与约束界面保留主模态 ϕ_b 相关,这里选取模态截取频率不低于系统工作频率的 2 倍。经过模态缩减后,原高维双转子模型缩减为仅有 34 个自由度的低维模型。

3 两种模型的对比校验

不失一般性,可以通过对比单转子临界转速来检验缩减模型能否精确地反映主节点的振动特性,特别是能够检验缩减陀螺矩阵的准确性。同样地,可以通过对比双转子固有振动特性来检验定支承条件下由缩减模型计算的固有频率及振型是否准确。全自由度模型的计算在 ANSYS 软件中完成,缩减模型的计算在 Matlab 软件中完成。

3.1 单转子临界转速的对比验证

以低压转子系统为例,分别采用全自由度模型和缩减模型执行 3 种支承条件下的临界转速计算。支承参数见表 1,两种模型的前两阶临界转速对比值见表 2。模态 Campbell 图见图 4。图中蓝色实线为不平衡激励线,其与各阶正、反进动曲线的交点即为正、反向临界转速。结果表明缩减模型的计算结果与全自由度模型的计算结果高度一致,除 1 阶正向临界转速略有偏低外,其他阶次的临界转速值均比全自由度模型的计算结果偏高,但最大偏差不超过 0.373%。由表 3 可以看出,缩减模型在保证良好计算精度的前提下,大幅度地缩减了计算时间,提高了计算效率。此外,由计算结果也可以得出低压转子系统的临界转速值随支承刚度减少同步降低,但降低幅度不大。

3.2 双转子振动特性的对比验证

参考实际轴承参数给出多组轴承的支承刚度见表 4。在此基础上分别应用全自由度模型和缩减模型完成零转速条件下双转子系统固有频率和固有振型计算。前 6 阶固有频率值及其对比见表 5,前两阶模态振型见图 5 和图 6。研究表明缩减模型与全自由度模型的计算结果高度一致,前 6 阶固有频率的最大偏差不超过 0.43%。此外分析两种模型的计算规模和计算时间容易得出:缩减模型不仅能够大幅度节省计算时间,计算精度也能够得到保证。(全模型自由度数为 294 249,计算耗时为 368.0 s;缩减模型自由度数为 34,计

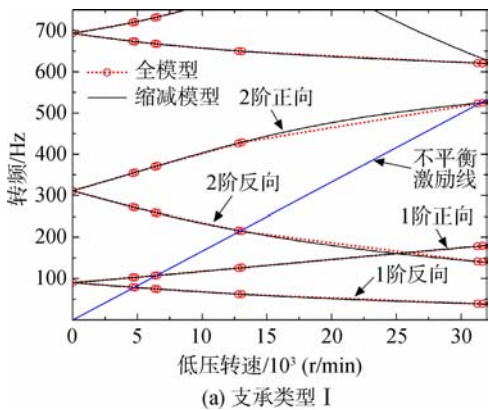
算耗时为 0.6 s)。

表 1 低压转子系统支承刚度参数
Table 1 Supporting parameters for lower pressure rotor system

位置	支承刚度/(MN/m)		
	类型 I	类型 II	类型 III
支承 1	100 000	1 220	50
支承 3	100 000	1 180	50

表 2 多种支承条件下临界转速比较(低压转子系统)
Table 2 Comparison of critical speed under various supporting conditions
(lower pressure rotor system)

类型	计算模型	临界转速/(r/min)			
		1 阶正向	1 阶反向	2 阶正向	2 阶反向
I	全模型	6 453.38	4 727.26	31 399.83	12 937.92
	缩减模型	6 453.26	4 728.53	31 470.93	12 941.78
	相对误差/%	-0.002	0.027	0.226	0.030
II	全模型	6 422.94	4 721.19	30 070.47	12 930.06
	缩减模型	6 422.87	4 722.50	30 182.63	12 934.43
	相对误差/%	-0.001	0.028	0.373	0.034
III	全模型	5 798.75	4 574.87	14 694.67	12 565.49
	缩减模型	5 798.93	4 575.97	14 735.08	12 564.73
	相对误差/%	-0.001	0.028	0.373	0.034



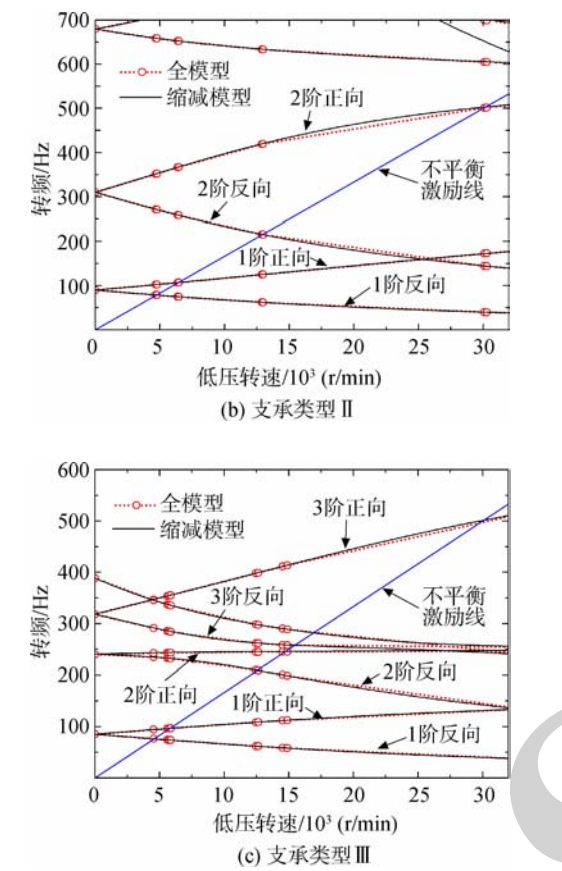


图 4 多种支承条件下的坎贝尔图(低压转子系统)
Fig. 4 Campbell diagrams under various supporting conditions (lower pressure rotor system)

表 3 计算临界转速效率的比较 (低压转子系统)
Table 3 Comparison of computation efficiency on critical speed (lower pressure rotor system)

支承类型	计算模型	自由度数	机时/s
I	全模型	156 240	242.6
	缩减模型	20	0.8
II	全模型	156 240	240.0
	缩减模型	20	1.1
III	全模型	156 240	239.1
	缩减模型	20	0.7

表 4 双转子系统支承刚度参数
Table 4 Supporting parameters for dual-rotor system

支承	刚度/(MN/m)
1	1 220
2	1 370
3	1 180
4	204

表 5 双转子系统前 6 阶固有频率比较
Table 5 Comparison of first six orders natural frequency for dual-rotor system

阶数	全自由度 模型频率/Hz	缩减自由度 模型频率/Hz	相对 误差/%
1	87.68	87.69	0.01
2	220.58	220.62	0.02
3	293.47	293.60	0.04
4	484.56	484.59	0.01
5	673.68	674.14	0.07
6	759.95	763.20	0.43

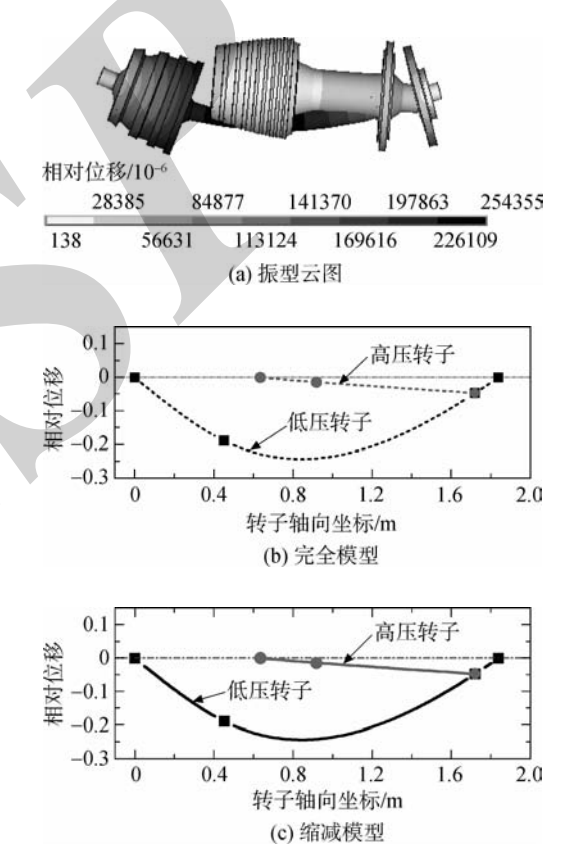
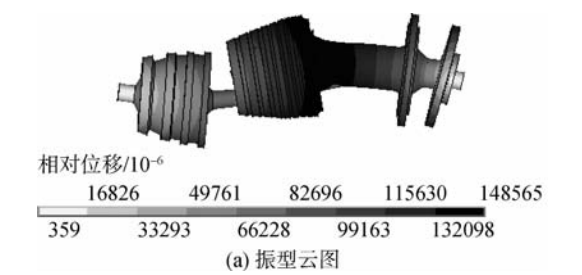


图 5 双转子系统 1 阶振型对比图
Fig. 5 Comparison of first order natural mode for the dual-rotor system



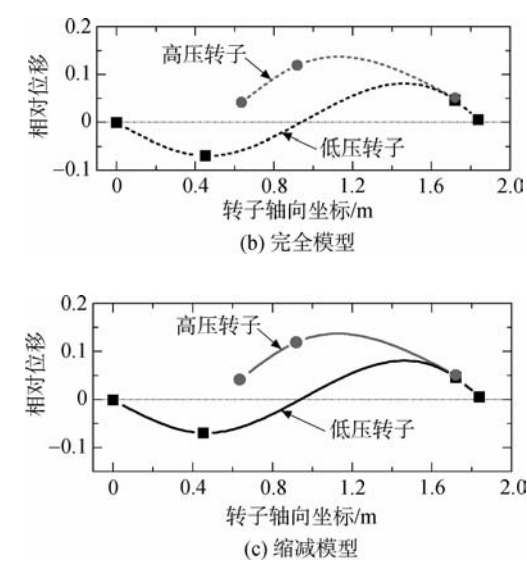


图 6 双转子系统 2 阶振型对比图
Fig. 6 Comparison of second order natural mode for the dual-rotor system

4 基于缩减模型的双转子临界转速计算

模态综合法的优点之一是以尽量少的子结构模态数和自由度数求得具有一定精度的数值解,允许设计者在有限计算资源内建立更加复杂、包含更多信息的模型。这里基于缩减模型和表 4 中的支承参数完成了双转子系统临界转速的计算,发挥了缩减模型的计算优势。采用完全法^[21]计算得到正进动时双转子系统的临界转速图谱见图 7。以转速比为 1.2 为例,计算得到系统随高压/低压同步的临界转速值见表 6。计算结果表明:除高压同步 1 阶和 3 阶临界转速值受到转子工作转速影响较大外,其他临界转速值受到的影响较小,表现为响应曲线趋于平缓。当系统以转速比

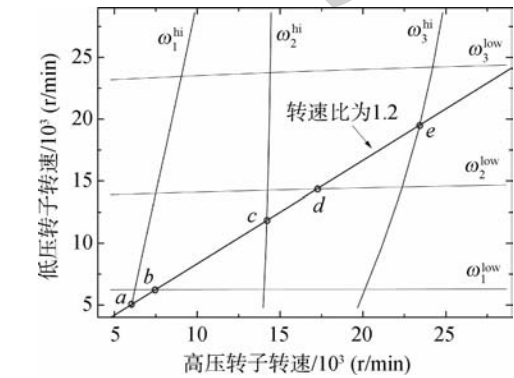


图 7 双转子系统临界转速图谱(正进动)
Fig. 7 Critical speed map of dual-rotor system (forward whirl)

为 1.2 运行时,随着工作转速的升高,系统首先到达高压同步的 1 阶共振点(*a* 点),然后依次通过低压同步的 1 阶共振点(*b* 点),高压同步的 2 阶共振点(*c* 点)以及低压同步的 2 阶共振点(*d* 点)等共振点。

表 6 转速比为 1.2 时双转子系统前 3 阶临界转速
(正进动)

Table 6 The first three orders critical speeds of dual-rotor system at the speed ratio of 1.2 (forward whirl)				
阶数	高压转子同步		低压转子同步	
	临界转速/ (r/min)	共振点	临界转速/ (r/min)	共振点
1	6 041.04	<i>a</i>	7 480.04	<i>b</i>
2	14 198.27	<i>c</i>	17 222.37	<i>d</i>
3	23 418.22	<i>f</i>	29 287.08	

5 结 论

本文研究了复杂结构双转子系统的建模和模型缩减问题,建立了包含“盘-鼓-轴”特征的双转子三维实体有限元模型,将 Craig-Bampton 模态综合法应用到模型缩减中,得到了精确的低维模型。主要结论如下:

1) Craig-Bampton 模态综合法成功地将高维实体有限元转子模型缩减到仅有数十个(34)自由度的低维模型,并保持前 2 阶临界转速误差率不超过 0.373%,前 6 阶固有频率误差率不超过 0.43%。缩减后的低维模型能够准确反映原始模型中主要关注点的振动特性。

2) 将模态综合法和有限元法相结合,即能保障计算精度又能大量缩短计算时间,显著提升计算效率。

3) 基于缩减单转子模型再综合的方法适用于快速求解多种边界条件下的多转子动力学响应,该分析方案为研究包含复杂结构特征和非线性边界的多转子系统动力学问题提供了行之有效的解决思路。

参考文献:

[1] 陈予恕,张华彪.航空发动机整机动力学研究进展与展望[J].航空学报,2011,32(8):1371-1391.
CHEN Yushu,ZHANG Huabiao. Review and prospect on the research of dynamics of the aero-engine system[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(8): 1371-1391. (in Chinese)

- [2] 蒋云帆,廖明夫,刘永泉,等.同转/对转双转子系统的动力学特性[J].航空动力学报,2013,28(12):2771-2780.
JIANG Yunfan, LIAO Mingfu, LIU Yongquan, et al. Dynamic characteristics of co-rotating/counter-rotating dual-rotor system[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(12):2771-2780. (in Chinese)
- [3] 周海仑,陈果.航空发动机双转子-滚动轴承-机匣耦合系统动力学分析[J].航空动力学报,2009,24(6):1284-1291.
ZHOU Hailun, CHEN Guo. Dynamic response analysis of dual rotor-ball bearing-stator coupling system for aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(6):1284-1291. (in Chinese)
- [4] 罗贵火,胡绚,杨喜关.反向旋转双转子系统非线性分析[J].振动工程学报,2009,22(3):268-273.
LUO Guihuo, HU Xuan, YANG Xiguan. Nonlinear dynamic performance analysis of counter-rotating dual-rotor system[J]. Journal of Vibration Engineering, 2009, 22(3):268-273. (in Chinese)
- [5] GUPTA K D, GUPTA K, ATHRE K. Unbalance response of a dual rotor system: theory and experiment[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1993, 115(4):427-435.
- [6] 庞辉,李育锡,王三民.基于Riccati变换的整体传递矩阵法计算双转子临界转速研究[J].机械科学与技术,2005,24(7):832-834.
PANG Hui, LI Yuxi, WANG Sanmin. Study of dual-rotor critical speed by whole transfer matrix method based on Riccati transformation[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2005, 24(7):832-834. (in Chinese)
- [7] 李永强,朱亮,刘宇,等.用整体传递矩阵法计算旋转机械整机固有频率特性[J].东北大学学报(自然科学版),2005,26(12):1178-1180.
LI Yongqiang, ZHU Liang, LIU Yu, et al. Calculating natural frequency characteristics by integrated transfer matrix of complete set of rotary machines[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2005, 26(12):1178-1180. (in Chinese)
- [8] HSIEH S C, CHEN J H, LEE A C. A modified transfer matrix method for the coupled lateral and torsional vibrations of asymmetric rotor-bearing systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 312(4/5):563-571.
- [9] SUN G, PALAZZOLO A, PROVENZA A, et al. Long duration blade loss simulations including thermal growths for dual-rotor gas turbine engine[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 316(1/2/3/4/5):147-163.
- [10] 陈果.双转子航空发动机整机振动建模与分析[J].振动工程学报,2011,24(6):619-632.
CHEN Guo. Vibration modeling and analysis for dual-rotor aero-engine[J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24(6):619-632. (in Chinese)
- [11] 李朝峰,刘广超,周世华,等.双转子多盘转子系统的动态特性[J].东北大学学报(自然科学版),2013,34(7):994-998.
- LI Chaofeng, LIU Guangchao, ZHOU Shihua, et al. Dynamic characteristics of dual-rotor multi-disks-rotor system[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2013, 34(7):994-998. (in Chinese)
- [12] FEI Z X, TONG S G, WEI C. Investigation of the dynamic characteristics of a dual rotor system and its start-up simulation based on finite element method[J]. Journal of Zhejiang University (Science A: Applied Physics and Engineering), 2013, 14(4):268-280.
- [13] 陈萌,马艳红,刘书国,等.航空发动机整机有限元模型转子动力学分析[J].北京航空航天大学学报,2007,33(9):1013-1016.
CHEN Meng, MA Yanhong, LIU Shuguo, et al. Rotor dynamic analysis of whole aero-engine models based on finite element method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33(9):1013-1016. (in Chinese)
- [14] 高金海,洪杰.航空发动机整机动力特性建模技术研究[J].战术导弹技术,2006(3):29-35.
GAO Jinhai, HONG Jie. Study of modeling technique for dynamic characteristics of engine casing[J]. Tactical Missile Technology, 2006(3):29-35. (in Chinese)
- [15] 张大义,刘辉辉,洪杰,等.航空发动机整机动力学模型建立与振动特性分析[J].推进技术,2015,36(5):768-773.
ZHANG Dayi, LIU Yehui, HONG Jie, et al. Investigation on dynamical modeling and vibration characteristics for aero engine[J]. Journal of Propulsion Technology, 2015, 36(5):768-773. (in Chinese)
- [16] LI D F, GUNTER E J. Component mode synthesis of large rotor systems[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1981, 104(3):552-560.
- [17] WANG W, KIRKHOPE J. Component mode synthesis for multi-shaft rotors with flexible inter-shaft bearings[J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 173(4):537-555.
- [18] 杨喜关,罗贵火,原鹏,等.模态综合法在双转子系统建模中的应用与验证[J].机械科学与技术,2014,33(10):1450-1454.
YANG Xiguan, LUO Guihuo, YUAN Peng, et al. Application and verification of the modal synthesis method in dual-rotor system modeling[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2014, 33(10):1450-1454. (in Chinese)
- [19] 邱吉宝.计算结构动力学[M].合肥:中国科学技术大学出版社,2009.
- [20] 钟一谔,何衍宗,王正,等.转子动力学[M].北京:清华大学出版社,1987.
- [21] 张大义,刘辉辉,梁智超,等.航空发动机双转子系统临界转速求解方法[J].推进技术,2015,36(2):292-298.
ZHANG Dayi, LIU Yehui, LIANG Zhichao, et al. Prediction for critical speed of double spools system in aero engines[J]. Journal of Propulsion Technology, 2015, 36(2):292-298. (in Chinese)